Problemas olimpiadas 2013

1. Enrique trabaja en una empresa aceitera que ha envasado 3,000 litros de aceite

 en 1,200 botellas, algunas de dos y otras de cinco libros. ¿Cuántas botellas de

 cada clase se han utilizado?

 Solución:

 Habrá *x* botellas de 2 litros e *y*  botellas de 5 litros. Se sabe que el total era de

 1,200, por lo que se tiene una primera ecuación : 1,2000 = *x* + *y.* 2x es la

 cantidad de litros envasados en botellas de 2, y 5*y*, la cantidad envasada en botellas

 de litros. La suma de ambas cantidades ha de dar 3,000 litros. Así pues; 3,000 = 2*x*

 + 5*y*. De la primera ecuación se deriva que; *x*  = 1,200 – 5*y* . Al sustituir este

 valor en la segunda ecuación, se obtiene la ecuación de una sola incógnita: 3,000 =

 2(1,200 - *y*) + *5y*. Tras despejar la y, resulta que vale *y* = 200. Al sustituir este

 valor en cualquiera de las dos ecuaciones originales, se tiene que *x* = 1,000. Por

 tanto, se han utilizado **1,000 botellas de 2 litros y 200 de 5 litros.**

2. Cuatro imágenes se encuentran en la pared una pegada a la otra (ver dibujo). La

imagen I es un cuadrado con un perímetro de 32 cm. Las otras tres imágenes son rectangulares. La imagen II tiene perímetro de 60 cm. La imagen IV tiene un perímetro de 84 cm. ¿Cuál es el perímetro de la imagen III?

|  |  |
| --- | --- |
|  I |  II |
|  III |  IV |

Solución:

 Como la imagen I es un cuadrado y su perímetro es 32 cm, sabemos entonces que

 la imagen I tiene lados de 8 cm. Esto implica que la imagen dos tiene lados de 8 cm

 y de 22 cm, y esto que la imagen IV tiene lados de 22 cm y de 20 cm. La imagen III

 tiene lados de 8 cm y 20 cm. Por lo tanto,  **el perímetro de la imagen es 56 cm.**

3) Dos paredes de un invernadero miden 6 m de largo por 3 m de ancho; las otras dos

 paredes miden 4m de largo por 3m de ancho y el techo mide 6m de largo por 4m de

 ancho. Se quiere cubrir toda la superficie con cristales de 0.75 m de ancho y 1 m de

 largo. ¿Cuántos cristales se necesitan?

 **Solución:**

 Hay dos paredes que tienen una superficie de 6 x 3 = 18 m² cada una.

 Como se tienen dos, la superficie total que ocupan ambas es de 2 x 18 = 36m²

 Como tenemos otras dos paredes de 4 x 3 = 12 m² y las dos tienen u n área de 2 x 12

 = 24 m².

 Finalmente el techo mide 6 x 4 = 24 m².

 Así, el conjunto ocupa una superficie de 36 + 24 + 24 = 84 m²

 Pero los cristales tienen 0.75 de anchura y 1 m de largo, cada uno de ellos ocupa 1 x

 0.75 = 0.75 m² Por lo tanto para cubrir los 84 m² de invernadero se necesitarán

 **84 ÷ 0.75 = 112 cristales**

4) Cuatro Personas guardan una caja fuerte. 1a) Decir cuántas cerraduras ha de tener la caja, y cuántas llaves cada persona, para que tres personas cualesquiera de las cuatro puedan abrir la caja y dos personas no puedan. 1b) Hacer lo mismo para seis personas.

Solución:

4a) Sean A, B, C y D las cuatro personas y sean AB, AC,…,CD las seis parejas que se pueden formar. Según las condiciones del problema, al menos hay una cerradura que no puede abrir la caja de la pareja AB, pero que si puede abrir cualquiera de las otras parejas, porque en caso contrario, al reunirse las dos parejas, entre tres personas no podrán abrir la caja. Po lo tanto, existe una cerradura que solamente no es abierta por AB.

De la misma forma, existe otra cerradura que sólo no es abierta por la pareja AC, otra por la AD y así sucesivamente, se concluye que ha de haber seis cerraduras.

C y D deben tener la llave que le falta AB, para que así, al juntarse cualquiera de aquellas con esta pareja, las tres personas sí pueden abrir la caja. Por tanto de cada cerradura deben existir dos llaves.

Y por último, repartiendo el número total de llaves entre las personas resulta que

 6 cerraduras. 2 llaves / 4 personas = 3

Que es el número de llaves que tiene cada una.

4b) Con 6 personas se pueden formar 15 parejas, exactamente como el caso anterior, sólo hay una pareja que no abre determinada cerradura, por lo que hay 15 cerraduras.

La cerradura que no abren ni A ni B, sí es abierta por cualquiera otra persona para que, así, entre las tres sí la abran. Por lo que de esta cerradura tienen llave las cuatro restantes. Hay 4 llaves de cada cerradura.

 15 cerraduras.4 llaves / 6 = 10, el número de llaves que tiene cada persona

**4)** En el rectángulo de la figura, **M** y **N** son los puntos medios de **AD** y **BC**, respectivamente, y **P** y **Q** son las respectivas intersecciones de **AC** con **BM** y con **ND**. Suponiendo que **AD** mide 5cm y que **AB** mide 3cm, ¿cuántos centímetros tiene de superficie el cuadrilátero **MPQD**?

 A M D

 B N C

Solución:

Observemos que si juntamos los triángulos **ABM** y **DNC**, éstos formarán un rectángulo de 2.5 x 3, y que el área de **MPQD** es la mitad del área restante **MBND** para el rectángulo total, esto es: 5 x 3 - (2.5 x 3/2)=3.75.

El cuadrilátero **MBND** tiene de superficie 3.75 cm

5) Una sala de cine tiene 26 filas con 24 asientos cada una. El total de los asientos se numera de izquierda a derecha, comenzando por la primera fila y hacia atrás. ¿En qué número de fila está el asiento número 375?

Solución:

**Solución**
Como 15 x 24 = 360 y 375 = 360 + 15, el asiento número 375 es el 15 de la fila 16.

**En la fila 16 está el asiento número 375.**

**6)** El boleto de entrada al Palacio de las Ciencias cuesta 5 pesos por niño y 10 pesos por adulto. Al final del día 50 personas visitaron el Palacio y el ingreso total de las entradas fue de 350 pesos. ¿Cuántos adultos visitaron el Palacio?

**Solución:**
Notemos que 350 pesos son 35 entradas de adultos, pero 50 personas implican 15 personas más. Si "cambiamos" un adulto por 2 niños, conservamos la cantidad (en pesos) pero aumentamos una persona más cada vez. Así, "cambiando" 15 adultos por 30 niños obtenemos 50 personas, y conservamos los 350 pesos de ganancias. (De otra manera: Llamemos **n** al número de niños y **a** al número de adultos. Entonces **n + a = 50** y **5n + 10ª = 350**. Dividiendo la segunda ecuación entre 5 y restándole la primera tenemos que **a**=20.

**20 adultos visitaron el Palacio.**

7) En una tira de papel rectangular se dibujan líneas verticales que la dividen en 4 partes iguales. También se dibujan líneas verticales que la dividen en 3 partes iguales. Finalmente, se corta la tira siguiendo las líneas dibujadas. ¿Cuántos pedazos de diferente longitud se tienen?

Solución:

Dibujamos los cuartos de la tira de papel y los numeramos de izquierda a derecha. Si cortamos por esas marcas, quedan los cuatro pedazos numerados, todos del mismo tamaño. Ahora, las marcas que dividen el papel en terceras partes quedan en los pedazos número 2 y 3, y, si volviéramos a unirlos, las marcas serían simétricas, por lo que, al cortarlos nuevamente, ambos pedazos (2 y 3) quedarían divididos de la misma forma. Pero este último corte dividió cada segmento en dos pedazos de longitudes diferentes además de los pedazos 1 y 4 que son de igual longitud.

 **Por lo tanto hay piezas de tres longitudes diferentes.**

8) A Julio le dieron el número secreto de su nueva tarjeta de crédito, y observó que la suma de los cuatro dígitos del número es 9 y ninguno de ellos es 0; además el número es múltiplo de 5 y mayor que 1995. ¿Cuál es la tercera cifra de su número secreto?

Solución:

Por ser el número múltiplo de 5, debe terminar en 0 o 5, pero como no debe tener **0**'s, el número termina en 5. Ahora hay que buscar tres números cuya suma sea 4 (pues la suma de todas las cifras del número es 9); como ninguno debe ser cero la única posibilidad es que sean 1,1,2 y, como el número debe ser mayor que 1995, debe ser 2115.

 **Por lo tanto su tercera cifra es 1.**

9)Dividimos un rectángulo en 4 rectángulos con segmentos paralelos a los lados como indica la figura. Si las áreas de tres de estos 4 rectángulos son las que se muestran, ¿cuál es el área del cuarto rectángulo?

|  |
| --- |
| pr_027 |

Solución

Los rectángulos de áreas 6 y 14 tienen la misma altura, luego el cociente

entre sus bases x/y coinciden con el de su área. Por tanto:

x/y = 6/14

También sucede lo mismo con los rectángulos de áreas ¿ y 35 y sus bases

vuelven a ser x e y, por lo que:

x/y = ¿/35

Por ello:

6/14 = ¿/35, de donde

¿ = (6 . 35)/ 14 = 15

**La respuesta es 5.**